

文章编号: 1000-7598 (2010) 01-0293-06

双洞隧道施工引起地表移动的多参数反分析研究

祝志恒¹, 阳军生², 董 辉³

(1. 广东交通集团检测中心, 广州 510800; 2. 中南大学 土木建筑学院, 长沙 410075; 3. 湘潭大学 土木工程与力学学院, 湖南 湘潭 411105)

摘 要: 应用随机介质理论计算隧道开挖引起的地表移动是目前广泛使用的方法, 在关键参数的取值上反分析是最有效的手段。在双洞隧道的反分析问题上, 通常认为 2 个隧洞的参数相同而采用双参数反分析, 但这种做法不利于反映实际情况, 为此文中提出为每个隧洞引入各自计算参数进行多参数反分析。实际算例表明, 双洞 4 参数的分析结果优于双参数的分析结果。但是, 4 参数反分析问题复杂性大大提高, 传统的模式搜索方法不能很好地搜索到最优参数。为克服该问题, 采用单纯形混合加速遗传算法作为双洞隧道 4 参数反分析问题的求解方法。实际的应用及测试表明, 该方法能高精度的、稳定的搜索出全局最优参数。

关 键 词: 随机介质理论; 地表移动; 参数反分析; 遗传算法

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

Multiparameter back analysis of surface movement induced by double tube tunneling

ZHU Zhi-heng^{1, 2}, YANG Jun-sheng², DONG Hui^{2, 3}

(1. Test Center of Guangdong Transportation Company, Guangzhou, 510800, China; 2. School of Civil and Architecture Engineering, Central South University, Changsha 410075, China; 3. College of Civil Engineering and Mechanics, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

Abstract: Stochastic medium method(SMM) is widely used in the field of surface movement induced by tunneling. And back analysis is the most useful method for determining key parameters. In the problem of twin tunnel back analysis the parameters of each tunnel is supposed same, so the problem can be solved for dual-parameters. But this way isn't access truthfulness. For improvement, multiparameter back analysis method is presented, in which each tunnel should have different parameters. The case study shows that the back analysis result of 4 parameters is better than the dual-parameters. But 4 parameters back-analysis of twin tunnel is much more complex so that traditional pattern search method can't solve the problem well. So simplex hybrid accelerating genetic algorithm(SHAGA) is introduced for solving this problem. The test of application shows that SHAGA can solve it accurately and stably.

Key words: stochastic medium method; surface movement; parameters back analysis; genetic algorithm

1 引 言

以地铁为代表的地下工程目前在我国许多大城市得到迅速发展。地铁区间隧道多采用 2 条近距离平行隧道, 而双孔隧道开挖对地层沉降的影响往往相互叠加, 通常第 2 条隧道要滞后工程。如果第 2 条隧道开挖处于第 1 条隧道开挖影响范围之内, 将导致较大的叠加地表沉降, 因而双洞隧道施工地表沉降的预测更加困难, 而正确预计双孔隧道开挖引起的地表位移和变形, 对减小和避免城市地铁施工对于周围环境的不利影响十分必要。

双孔平行隧道施工诱发地表沉降问题已经引起了国内外学者的重视, 以 Peck 公式为代表的经验方法在预计隧道施工引起的地表沉降中获得了成功应用, 已经应用于双洞隧道施工地面沉降预计^[2]。随机介质理论也在单洞和双洞隧道施工地表移动预计中取得了良好的效果, 并且能够根据实测数据采用反分析方法确定相关参数^[2-4], 以有限元法为代表的数值方法也被用来模拟双孔平行隧道施工引起的地层变形。

本文基于随机介质理论和最优化方法, 分析双孔平行隧道施工诱发地表沉降的特点, 提出双洞隧

收稿日期: 2008-07-03

第一作者简介: 祝志恒, 男, 1982 年生, 硕士, 主要从事岩土工程软件开发和智能岩土方面的研究。E-mail: zzh8207@163.com

道开挖引起地表移动多参数反分析方法, 并通过工程实例验证该方法的有效性。

2 隧道开挖引起的地表位移

2.1 随机介质理论计算隧道开挖引起的地表位移

随机介质理论将地下开挖引起的地表下沉视为一个随机过程, 从单元开挖入手, 将整个隧道开挖影响看作无限多个无限小的单元开挖的影响的总和。如图 1 所示, 由于开挖单元 $d\xi d\zeta d\eta$ 引起的地表一点点 (x, y) 的下沉为

$$W_e(X, Y) = \frac{1}{r^2(Z)} \exp\left[-\frac{\pi}{r^2(Z)}(X^2 + Y^2)\right] d\xi d\zeta d\eta \quad (1)$$

式中: $r(Z)$ 为主要影响半径。

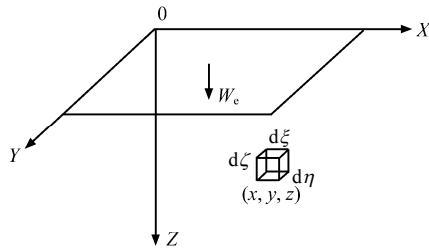


图 1 单元开挖
Fig.1 An element excavation analysis

平面应变条件下, 单洞隧道施工引起地表发生沉降的原因主要是由于隧道周围岩土体向开挖空间运动而导致地层损失造成, 如果隧道开挖初始断面为 Ω , 隧道建成后, 开挖断面由 Ω 收缩为 ω , 则地表下沉应当等于开挖范围 Ω 引起的下沉与开挖范围 ω 引起的地表下沉之差, 即

$$W(X) = W_{\Omega}(X) - W_{\omega}(X) = \iint_{\Omega-\omega} \frac{\tan \beta}{\eta} \exp\left[-\frac{\pi \tan^2 \beta}{\eta^2}(X-\xi)^2\right] d\xi d\eta \quad (2)$$

计算双孔平行隧道地表移动和变形, 如果考虑地表所发生的最终沉降, 假设叠加原理仍然适用, 则可双孔平行隧道引起的地表移动及变形视为单孔隧道开挖地表移动及变形的线性叠加。

2.2 双洞隧道开挖引起地表移动的多参数反分析

隧道变形的收敛形式与施工方法和辅助施工工艺有较大关系, 考虑施工的综合影响, 假定为均匀收敛模式, 使用随机介质理论计算隧道开挖引起的地表沉时需要确定隧道断面收敛值 (或单位地层损失) 和主要影响角 2 个基本参数。根据地表沉降的实测数据进行参数的反分析是比较可靠的方法。对

于单洞隧道, 反分析地表沉降计算所需参数的目标函数可由式 (3) 描述^[4]。

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^m (W_i^0 - W_i)^2 \quad (3)$$

式中: $x = \{\beta, \Delta A\}$; β 为主要影响角; ΔA 为隧道断面半径收敛值; m 为地表下沉的测点数; W_i^0 为地表下沉实测值; W_i 为地表下沉计算值。

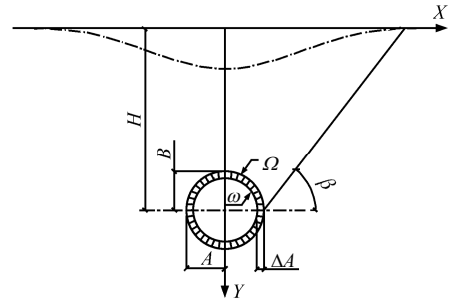


图 2 隧道开挖示意图
Fig.2 Schematic diagram of tunneling excavation

对于双洞隧道, 一般的做法是假设 2 个隧洞的主要影响角和半径收敛值相同, 然后用叠加法计算地表下沉值^[4]。但双洞隧道开挖时, 由于施工顺序不同, 先开挖的隧道会使地层一些性质发生改变, 2 个断面的主要地层影响角和半径收敛值很难保证一致。文献[5]中也指出, 双洞隧道开挖引起的沉降值比用叠加原理预计的值要大。因此, 在双洞隧道的参数反分析中将各自和值都作为反分析的参数是有实际意义的。引入多参数后, 反分析计算的目标函数仍然是式 (3), 但自变量变为 $x = \{\beta_1, \Delta A_1, \beta_2, \Delta A_2\}$ 。

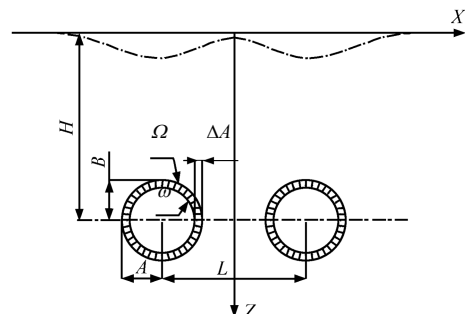


图 3 双孔平行隧道开挖示意图
Fig.3 Sketch of parallel twin tunneling excavation

2.3 求解难点及改进方向

在双洞隧道的每个隧洞引入各自的计算参数后, 目标函数的求解将在一个 4 维空间进行, 其复杂性大大增加, 而目标函数会现局部极值。用传统

的单纯形法和 Powell 法这类模式搜索法求解时要求选定的自变量初值在目标函数整体极值的附近, 否则, 就可能陷入局部极值的“陷阱”。

针对该问题, 最简单的改进方法是结合随机搜索方法。基本思想是应用随机数在给定的值域内构筑一系列的自变量, 并比较其相应的目标函数值, 找出其中目标函数值最小的一个, 再将其作为初值进行优化计算。进行常规的最优化计算之前已经对自变量空间进行了一次均匀的、高密度的扫描, 整体极值的大概位置被确定下来, 摸索搜索法就能顺利搜索到整体极值。

但是, 随机搜索是一种盲目的方法, 搜索次数足够大时才能保证整体极值的大体位置能被模式搜索法作为初值, 其效率是非常低的。20 世纪 90 年代兴起的遗传算法 (genetic algorithms, 简称 GA), 虽然也是一种随机方法, 但它模拟自然界中生物优胜劣汰的进化过程, 是一种具有很强的导向性的自适应搜索技术。GA 有一个显著的特点就是全局优化性。它是多点、多途径搜索寻优, 且各路径之间有信息交换, 而不是单点、单路径“登山”。同时, 它从一代个体点群体开始并行攀登, 并通过杂交算子在各个可行解之间交换信息, 能以很大的概率找到全局最优解或近似全局最优解, 即使在所定义的适应度函数不是连续的、非规则的或是有噪声的情况下, 它也可以有效地在整个解空间内寻优, 是一种稳健的全局优化方法, 因此可以将其应用到参数反分析计算中, 以代替盲目的随机搜索。

3 单纯形混合加速遗传算法

3.1 基本遗传算法简介

基本遗传算法 (simple genetic algorithms, SGA) 只使用选择、杂交和变异 3 种基本遗传算子, 其遗传进化操作过程简单, 容易理解, 是其他一些遗传算法的雏形和基础, 为各种遗传算法提供了基本框架。

3.1.1 SGA 构成要素

①编码方法: 使用固定长度的二进制编码的符号串来表示群体中的个体。

②适应度评价: SGA 需要设计一个与目标函数相关的适应度函数来决定进化过程。

③遗传算子: 选择算子, 为按比例选择算子; 交叉算子, 为单点交叉算子; 变异算子, 为基本位变异算子或均匀变异算子。

④运行参数: n 为群体大小; T 为遗传运算的终止演化次数; P_c 为交叉概率; P_m 为变异概率。

3.1.2 SGA 形式化定义

SGA 可定义为一个 8 元组^[1]: $SGA = (C, E, P_0, n, \Phi, \Gamma, \Psi, T)$, 其中: C 为个体编码方法; E 为个体适应度评价函数; P_0 为初始群体; n 为群体大小; Φ 为选择算子; Γ 为交叉算子; Ψ 为变异算子; T 为遗传终止条件。SGA 的描述如图 4 所示。

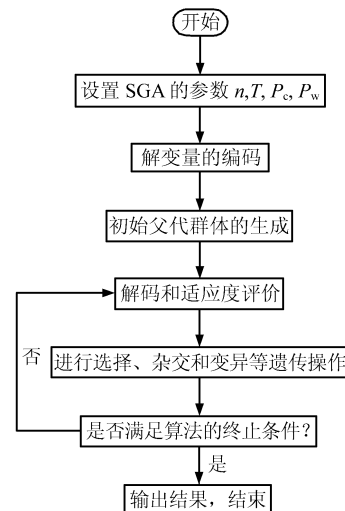


图 4 SGA 的计算流程图^[1]

Fig.4 Flow chart of SGA

3.1.3 SGA 的主要缺陷和基本改进

①编码方法: 简单的二进制编码会使相邻的整数具有较大的 Hamming 距 (Hamming 距悬崖), 例如, 15 和 16 的二进制表示为 01111 和 10000, 这导致算法的局部搜索能力降低。通过格雷码可以克服二进制编码映射的不连续问题。

②选择机制: 比例选择会造成几个较好的可行解迅速占据整个群体, 导致基因单一化, 最终导致进化停滞不前。采用两代竞争的选择机制代替比例选择可以克服该缺点。两代竞争的机制即对父代进行交叉变异操作产生子代, 并用子代中的优秀个体代替父代中的劣势个体从而形成新的群体。

③交叉和变异概率: GA 中交叉概率 P_c 和变异概率 P_m 的选择是决定 GA 性能的关键, 直接影响算法的收敛性, P_c 过大时遗传模式被破坏的可能性就大, 使具有高适应度的个体结构很快就被破坏; P_c 过小会使搜索过程缓慢, P_m 选择过小, 不易产生新的结构; P_m 选择过大就会使算法变成纯粹的随机算法。针对该问题可以引入交叉和变异概率的自适应机制。当个体的适应度趋于一致时采用大的交叉变异概率, 而适应度较分散时就减小交叉变异概率。 P_c , P_m 可按 Srinivas^[6]提出的公式进行调整。

$$P_c = \begin{cases} P_{c1} - \frac{(P_{c1} - P_{c2})(f' - f_{avg})}{f_{max} - f_{avg}}, & f' > f_{avg} \\ P_{c1}, & f' \leq f_{avg} \end{cases} \quad (4)$$

$$P_m = \begin{cases} P_{m1} - \frac{(P_{m1} - P_{m2})(f - f_{avg})}{f_{max} - f_{avg}}, & f > f_{avg} \\ P_{m1}, & f \leq f_{avg} \end{cases} \quad (5)$$

式中: f_{max} 为种群中最大的适应度值; f_{avg} 为种群的平均适应度; f' 为要交叉的 2 个个体中较大的适应度值; f 为要变异个体的适应度值。式中建议的参数取值为: $P_{c1} = 0.9$, $P_{c2} = 0.1$, $P_{m1} = 0.1$, $P_{m2} = 0.001$ 。

3.2 加速搜索算子和单纯形算子的引入

针对 SGA 的一些缺陷进行改进后, GA 的局部搜索性能和效率得到一定的改进, 但计算精度和速度依然无法令人满意。

为了提高 SGA 的计算精度, 加长编码是最直接的手段, 但这将使得基本遗传算子消耗大量的时间, 从而导致算法效率极低, 为此金菊良等^[7]在 GA 中引入了加速搜索算子。加速算子的原理是在进化过程中压缩解空间, 具体做法是把 1~ q 次进化迭代后产生的 s 个优秀个体的变化范围作为变量新的取值范围。随着解空间的不断压缩, 现有长度的编码映射到解空间的精度就不断提高。

单纯形法可以求解非线性不可微函数的优化问题, 大量计算表明, 它是十分可靠的方法, 特别是处理函数值变化剧烈的函数^[7-9]。其局部搜索能力强, 可以轻松地收敛到任意给定的精度。将其与 GA 相结合, 将大大改善 GA 的局部收敛性提高算法的精度。

3.3 SHAGA 算法描述

SHAGA 算法步骤:

- ①在取值范围内生成 n 个初始父代个体。
- ②对父代个体解码并计算其适应度。
- ③对父代个体交叉操作生成子代个体。
- ④对子代个体进行变异操作。
- ⑤两代竞争产生新的群体。

⑥单纯形混合进化迭代。选出步骤⑤中最优秀的个体, 将其解码后所得的向量作为初始向量进行单纯形法计算。再用单纯形法搜索到的解向量对该个体重新编码。算法转入步骤①进入下一次进化过程, 若进化迭代次数大于设定的迭代次数则算法终止。

⑦加速循环。进行 q 次进化迭代后, 将前 s 个优秀个体的取值范围作为新的取值范围。

4 基于 SHAGA 的双洞隧道多参数反分析方法

4.1 SHAGA 要素的确定

①解空间的确定。为避免遗漏最优解, 应将解空间的范围尽可能取大, 所以取 $\beta_1, \beta_2 \in [5^\circ, 85^\circ]$, $\Delta A1, \Delta A2 \in [0, R/2]$, 其中 R 为隧道开挖半径。

②适应度函数的构造。由于采用两代竞争机制, 无需保证适应度函数为正值, 因此采用最简单的 $F = -f(x)$ 作为适应度函数, 其中 $x = \{\beta_1, \Delta A1, \beta_1, \Delta A1\}$, $f(x)$ 为式(3)中的目标函数。

③各种参数的选择。目前 GA 的参数选择没有理论指导, 大都是根据经验确定。根据已有的计算经验, 结合相关文献^[10]取 SHAGA 的参数如下: 基本遗传参数, 种群规模 $n = 100$, 最大进化代数 $T = 200$, 交叉概率 $P_c = 1.0$; 变异概率 $P_m = 0.1$ 。加速算子参数, 每 10 次进化加速一次, 以适应度最好的 20 个个体的取值范围作为新的解空间。单纯形算子参数, 初始单纯形构造棱长 $L = 1$, 反射系数 $\alpha = 1$, 延伸系数 $\gamma = 2$, 收缩系数 $\delta = 0.5$, 终止限值 $\varepsilon = 1 \times 10^{-6}$ 。

4.2 方法的实际应用及性能测试

以台北捷运系统 (TRTS) CH218 断面^[5]进行计算。该断面地层条件为: 地表以下 9.6 m 为淤泥质黏土, 以下 7.9 m 淤泥质砂土, 地表以下 8.7 m 和 3.8 m 分别为淤泥质黏土及淤泥质砂土。隧道中心距地表 16 m, 隧道直径为 6.05 m, 采用泡沫土压平衡盾构施工。区间隧道为 2 条中心距离 18 m 的平行隧道。

对该算例进行多参数反分析得到的目标函数值: $f = 3.739$, 而采用双参数时得出的目标函数值为 $f = 4.632$ 。计算图形 (图 5、6) 也反映出多参数反分析得到的计算曲线与实测点数据更加吻合, 说明 2 个断面的施工顺序不同会导致计算参数产生差异, 为每个断面引入各自的计算参数进行反分析能更加贴近实际。

为了测试 SHAGA 算法进行多参数反分析的稳定性、收敛性和计算速度, 使用该算法对本算例进行 1 000 次计算。在 1 000 次计算中有一次偏离了全局最优值, 其函数值为 328.944 7, 出现该情况的原因可能是由于种群初始化时, 个体的分布过于集中且都远离最优值出现的位置。算法收敛于全局最优值的概率为 99.9%, 其稳定性已经令人满意。通过增加种群的数目或者增加种群进化的代数还可以

减小偏离最优解的概率, 但相应花费的时间代价也会增加。其余 999 次收敛于最优解的计算结果列于表 1。从表中看出算法平均用时约 4 s, 速度较快。两个隧道的 β 值都稳定收敛于同一值, 而 ΔA 值的变化幅度为 0.002 2, 可见算法的收敛性能很好。

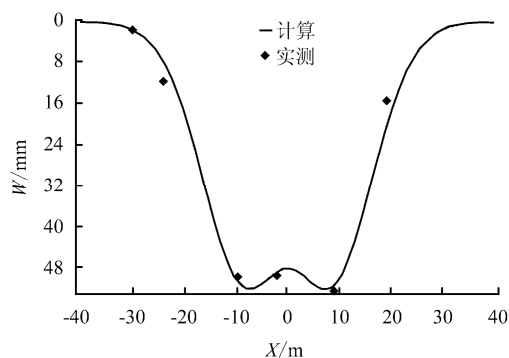


图5 双参数分析结果

Fig.5 Back analysis result of dual-parameters

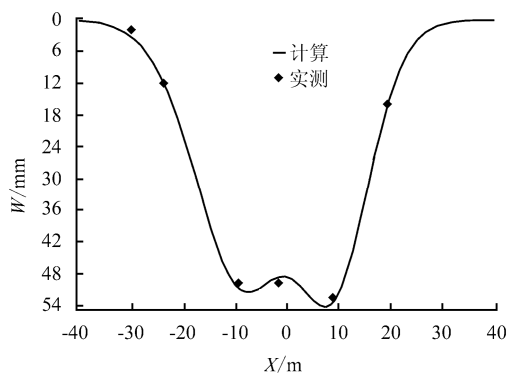


图6 多参数分析结果

Fig.6 Back analysis result of multi-parameters

表1 SHAGA 性能测试结果

Table 1 Test result of SHAGA

结果	用时 /s	目标函数值	β_1 /(°)	ΔA_1 /mm	β_2 /(°)	ΔA_2 /mm
平均	4.099	3.739 1	36.153 6	57.484 4	43.361 4	43.039 1
最大	8.735	3.739 1	36.153 6	57.485 2	43.361 4	43.040 3
最小	1.672	3.739 1	36.153 6	57.483 0	43.361 4	43.038 1

注: 测试平台: CPU: Petium4 2.4B@865PE, 内存: 1G@DDR400

作为对比, 本文也采用了单纯性法进行该例的计算。计算时使用 5 组不同的初值进行搜索, 其结果列于表 2。5 组数据中只有 2 组收敛到了全局最优值, 而且第 1 组和第 5 组数据偏离非常大。这说明 4 参数反分析问题是一个存在局部极值的问题, 使用单纯形法这类模式搜索法进行求解时必需选取合适的初值。

表2 不同初值的单纯形法在台北捷运双洞隧道 CH218 断面多参数反分析中的应用结果

Table 2 The back analysis results of CH218 in Taipei using simplex method on different initial values

组别	结果	参数				目标 函数值
		β_1 /(°)	ΔA_1 /mm	β_2 /(°)	ΔA_2 /mm	
第 1 组	初值	30.0	30.00	30	30	93.23
	结果值	41.6	43.00	38.8	54.37	
第 2 组	初值	50.0	50.0	50.0	50.0	3.74
	结果值	36.2	57.5	43.4	43.0	
第 3 组	初值	70.0	70.0	70.0	70.0	3.92
	结果值	35.9	58.1	43.5	42.6	
第 4 组	初值	50.0	30.0	60.0	50.0	189.29
	结果值	45.4	37.2	38.4	59.9	
第 5 组	初值	60.0	50.0	50.0	60.0	3.74
	结果值	36.2	57.5	43.4	43.0	

5 结 语

双洞隧道的施工会有先后, 先开挖的隧道会使地层一些性质发生改变, 通过地表沉降数据对隧道进行反分析时每个隧洞选取各自的参数能更加接近实际。基于随机介质理论的沉降计算表明, 本文 4 参数的反分析结果比双参数的反分析结果更为接近实测数据, 可以推测在使用 Peck 公式等其他方法求解隧洞开挖引起的地表沉降时, 如果为每个隧洞引入各自的计算参数进行反分析, 其结果也将好于使用相同参数的反分析结果。

由于多参数地表沉降反分析问题的引入了更多的求解变量, 其解空间也更加复杂, 实际算例表明, 其存在局部极值, 使用传统的模式搜索方法时需要合理地选择初值, 才能保证计算收敛于全局最优解。单纯形混合加速遗传算法对多维复杂解空间具有极强的搜索能力, 适合求解多参数地表沉降反分析问题, 测试表明其收敛性和稳定性都十分优秀。

参 考 文 献

- [1] 周明, 孙树栋. 遗传算法原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001.
- [2] 刘波, 陶龙光, 丁城刚, 等. 地铁双隧道施工诱发地表沉降预测研究与应用[J]. 中国矿业大学学报, 2006, 3(35): 356—362.
LIU Bo, TAO Long-guang, DING Cheng-gang, et al. Prediction for ground subsidence induced by subway double tube tunneling[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2006, 3(35): 356—362.
- [3] 刘波, 陶龙光, 叶圣国, 等. 地铁隧道施工引起地层变形的反分析预测系统[J]. 中国矿业大学学报, 2004, 3(33): 277—282.
LIU Bo, TAO Long-guang, YE Sheng-guo, et al. Back

- analysis prediction system for ground deformation due to subway tunneling excavation[J]. **Journal of China University of Mining & Technology**, 2004, 3(33): 277—282.
- [4] 阳军生, 刘宝琛. 城市隧道施工引起的地表移动及变形[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2001.
- [5] OU C Y, HWANG R N, LAI W J. Surface settlement during shield tunnelling at CH218 in Taipei[J]. **J. of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 1998, 7(124).
- [6] SRINIVAS M. Genetic algorithms: a survey[J]. **Computer Journal**, 1994, 7: 17—26.
- [7] 金菊良, 杨晓华, 丁晶. 标准遗传算法的改进方案--加速遗传算法, 系统工程理论与实践[J]. 2001, (4): 8—13. JIN Ju-liang, YANG Xiao-hua, DING Jing. An improved simple genetic algorithm—Accelerating genetic algorithm[J]. **Systems Engineering-theory & Practice**, 2001, (4): 8—13.
- [8] 陈宝林. 最优化理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.
- [9] 袁亚湘. 非线性规划数值方法[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1993.
- [10] 杨晓华, 沈珍瑶. 智能算法及其在资源环境系统建模中的应用[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2005.

上接第 257 页

参考文献

- [1] 蒋明镜, 沈珠江. 土体应变局部化的研究现状[C]//施建勇, 刘汉龙, 蒋明镜, 等: 第三届全国青年岩土力学与工程会议论文集. 南京: [出版社不祥], 1998: 134—149.
- [2] 张兆, 刘元雪. 应变局部化理论及在岩土中的应用[J]. 后勤工程学院学报, 2004, (2): 12—15. ZHANG Zhao, LIU Yuan-xue. Theory of localization and its application in geomechanics[J]. **Journal of LEU**, 2004, (2): 12—15.
- [3] 钱建固, 黄茂松. 轴对称状态下土体剪切带触发形成的分叉理论[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(4): 400—404. QIAN Jian-gu, HUANG Mao-song. Bifurcation of soils at inception of shear band under axisymmetric conditions[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2003, 25(4): 400—404.
- [4] 钱建固, 黄茂松. 土体应变局部化现象的理论解析[J]. 岩土力学, 2005, 26(3): 432—436. QIAN Jian-gu, HUANG Mao-song. An analytical solution for criterion of onset of strain localization of soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(3): 432—436.
- [5] 蔡正银, 李相菘. 无黏性土中剪切带的形成过程[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(2): 129—134. CAI Zheng-yin, LI Xiang-song. Formation of shear band in cohesionless soils [J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2003, 25(2): 129—134.
- [6] 徐连民. 剪切带形成过程中的边界约束和加载速度效应[J]. 水利学报, 2005, 36(1): 9—15. XU Lian-min. Effects of boundary condition and loading speed on shear band localization [J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2005, 36(1): 9—15.
- [7] 徐连民, 朱合华, 中井照夫, 西村智. 超固结黏土的剪切带数值模拟[J]. 岩土力学, 2006, 27(1): 61—66. XU Lian-min, ZHU He-hua, NAKAI Teruo, NISHIMURA Tomo. Numerical simulation of shear band in overconsolidated clay[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(1): 61—66.
- [8] 鲁晓兵, 王义华. 饱和土中剪切带宽度的研究[J]. 力学学报, 2005, 37(1): 87—90. LU Xiao-bing, WANG Yi-hua. On the shear-band width in saturated soils[J]. **Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, 2005, 37(1): 87—90.
- [9] 李瑞法. 基于力矩效应的黏性土剪切带倾角分析[J]. 岩土工程界, 2005, 9(7): 75—77. LI Rui-fa. Analysis of shear band inclination in clay considering the effect of moment[J]. **Geotechnical Engineering Filed**, 2005, 9(7): 75—77.
- [10] TEJCHMAN J. FE-simulations of a direct wall shear box test[J]. **Soils and Foundations**, 2004, 44(4): 67—81.
- [11] TEJCHMAN J, BAUER E. Fe-simulations of a direct and a true simple shear test within a polar hypoplasticity[J]. **Computers and Geotechnics**, 2005, 32: 1—16.
- [12] JIANG M J, YU H S, HARRIS D. Kinematic variables bridging discrete and continuum granular mechanics[J]. **Mechanics Research Communications**, 2006, 33: 651—666.
- [13] JIANG M J, KONRAD J M, LEROUEIL S. An efficient technique for generating homogeneous specimens for DEM studies[J]. **Computers and Geotechnics**, 2003, 30(7): 579—597.
- [14] LIU S H, SUN D A, MATSUOKA H. On the interface friction in direct shear test[J]. **Computers and Geotechnics**, 2005, 32: 317—325.
- [15] JIANG M J, YU H S, HARRIS D. A novel discrete model granular material incorporating rolling resistance[J]. **Computers and Geotechnics**, 2005, 32: 340—357.